

## Perturbations thermiques du système balancier - spiral

### Balancier différentiel coupé - Déformation centrifuge

#### Calibre automatique 111/2''' - Balancier à vis, bras en acier - serge en anibal coupée

➔ Référence :D:\Résonateur (TE)\BS - Perturbations thermiques\IP\_TH - Bal différentiel coupé.mcd(R)

$$T_0 = 0.4 \text{ s} \quad f = 2.5 \text{ Hz} \quad \omega_0 := 2 \cdot \pi \cdot f \quad \Theta := 50$$

#### Coefficient de dilatation et constante élastique de la serge

$$\text{Anibal} \quad \alpha_R = 8.51 \times 10^{-6} \quad E_1 = 1.63 \times 10^{11} \text{ Pa} \quad e_{bs} := 0.5 \cdot (D_{s\_ext} - D_{s\_int}) \quad e_{bs} = 0.4 \text{ mm}$$

$$\text{Forme initiale de la serge} \quad x_0(\phi) := R_0 \cdot \cos(\phi) \quad y_0(\phi) := R_0 \cdot \sin(\phi)$$

#### Perturbation de marche due à la force centrifuge agissant sur la serge coupée

$$\text{Vitesse angulaire moyenne du balancier (pour tester les ordres de grandeurs)} \quad \theta_0 := 270 \cdot \text{deg} \quad \Omega_m := \frac{2}{\pi} \cdot \omega_0 \cdot \theta_0$$

#### Perturbation due à la serge seule, sans les vis

$$\text{Moment quadratique de la serge en flexion plane} \quad I_{bs} := \frac{e_{bs}^3 \cdot h_s}{12} \quad I_{bs} = 3.467 \times 10^{-3} \text{ mm}^4$$

$$\text{Déformation de la serge seule sous l'effet de la force centrifuge} \quad k_{cs} := \frac{M_{bs} \cdot R_0^4 \cdot \Omega_m^2}{4 \cdot \pi \cdot E_1 \cdot I_{bs}}$$

$$u1_{cs}(\lambda, \phi) := k_{cs} \cdot [\phi \cdot (2 \cdot \sin(\phi) + \sin(\lambda)) + \sin(\phi) \cdot \sin(\lambda - \phi) - 2 \cdot \sin(\lambda) \cdot \sin(\phi) - 2 \cdot (1 - \cos(\phi))]$$

$$v1_{cs}(\lambda, \phi) := k_{cs} \cdot [-\phi \cdot (\cos(\lambda) + 2 \cdot \cos(\phi)) - \cos(\phi) \cdot \sin(\lambda - \phi) + 2 \cdot \sin(\phi) + \sin(\lambda) \cdot (2 \cdot \cos(\phi) - 1)]$$

$$u_{cs}(\lambda, \phi) := u1_{cs}(\lambda, \phi) \cdot (0 \leq \phi \leq \lambda) + u1_{cs}(\lambda - \pi, \phi) \cdot (0 \geq \phi \geq \lambda - \pi)$$

$$v_{cs}(\lambda, \phi) := v1_{cs}(\lambda, \phi) \cdot (0 \leq \phi \leq \lambda) + v1_{cs}(\lambda - \pi, \phi) \cdot (0 \geq \phi \geq \lambda - \pi)$$

$$u_{cs}(\lambda_0, \lambda_0) = -1.799 \times 10^{-5} \text{ mm} \quad v_{cs}(\lambda_0, \lambda_0) = 7.965 \times 10^{-5} \text{ mm}$$

$$u_{cs}(\lambda_0, \lambda_0 - \pi) = 1.133 \times 10^{-8} \text{ mm} \quad v_{cs}(\lambda_0, \lambda_0 - \pi) = -1.796 \times 10^{-9} \text{ mm}$$

$$x_{cs}(\phi) := x_0(\phi) + u_{cs}(\lambda_0, \phi) \quad y_{cs}(\phi) := y_0(\phi) + v_{cs}(\lambda_0, \phi) \quad r_{cs}(\phi) := \sqrt{x_{cs}(\phi)^2 + y_{cs}(\phi)^2}$$

#### Variation relative du moment d'inertie du balancier sous l'effet de la force centrifuge sur la serge seule

$$\Delta J_{bs} := \frac{M_{bs}}{\pi} \cdot \left( \int_{\lambda_0 - \pi}^{\lambda_0} r_{cs}(\phi)^2 d\phi \right) - M_{bs} \cdot R_0^2 \quad \Delta J_{bs} = 1.53553 \times 10^{-4} \text{ mg} \cdot \text{cm}^2$$

$$a_{bs} := \frac{M_{bs}^2 \cdot R_0^5}{2 \cdot \pi^2 \cdot E_1 \cdot I_{bs} \cdot J_b} \cdot (3 \cdot \pi - 8 \cdot \sin(\lambda_0)) \quad \Delta J_{bs} := J_b \cdot a_{bs} \cdot \Omega_m^2 \quad \Delta J_{bs} = 1.53551 \times 10^{-4} \text{ mg} \cdot \text{cm}^2$$

#### Variation de marche correspondante

$$\mu_{cs}(\theta_0) := -64800 \cdot \frac{M_{bs}^2 \cdot R_0^5}{E_1 \cdot I_{bs} \cdot J_b \cdot T_0^2} \cdot (3 \cdot \pi - 8 \cdot \sin(\lambda_0)) \cdot \theta_0^2 \quad \mu_{cs}(\theta_0) = -0.565$$

## Augmentation de la déformation de la serge due à la présence des vis

Position angulaire des vis  $nb_{vis} = 16$   $j := 0 \dots \frac{nb_{vis}}{2} - 1$

$$\lambda^T = (22 \ 37 \ 67 \ 82 \ 97 \ 127 \ 142 \ 157) \text{ deg}$$

Calcul pour une vis (exemple numérique pour une vis intermédiaire)

$$j_{vi} := \frac{1}{2} \cdot nb_{vis} - 5 \quad j_{vi} = 3 \quad m_{vi} := m_{v_{j_{vi}}} \quad m_{vi} = 1.125 \text{ mg} \quad \lambda_{vi} := \lambda_{j_{vi}} \quad \lambda_{vi} = 82 \text{ deg}$$

Déformation de la serge antérieure à une vis

$$k_{csm}(m) := \frac{m \cdot (R_0 + h_{vis}) \cdot R_0^3 \cdot \Omega_m^2}{2 \cdot E_1 \cdot I_{bs}}$$

$$u1_{csm}(m, \lambda_m, \phi) := k_{csm}(m) \cdot (\phi \cdot \cos(\lambda_m) + \cos(\lambda_m) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\phi) + \sin(\lambda_m) \cdot \sin(\phi)^2 - 2 \cdot \cos(\lambda_m) \cdot \sin(\phi))$$

$$v1_{csm}(m, \lambda_m, \phi) := k_{csm}(m) \cdot [\phi \cdot \sin(\lambda_m) - \sin(\lambda_m) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\phi) - \cos(\lambda_m) + \cos(\lambda_m) \cdot \cos(\phi) \cdot (2 - \cos(\phi))]$$

$$u_{csm}(m, \lambda_m, \phi) := u1_{csm}(m, \lambda_m, \phi) \cdot \text{signe}(\lambda_m) \quad v_{csm}(m, \lambda_m, \phi) := v1_{csm}(m, \lambda_m, \phi) \cdot \text{signe}(\lambda_m)$$

$$\theta_{csm}(m, \lambda_m, \phi) := 2 \cdot \frac{k_{csm}(m)}{R_0} \cdot [\cos(\lambda_m) \cdot (1 - \cos(\phi)) - \sin(\lambda_m) \cdot \sin(\phi)] \cdot \text{signe}(\lambda_m)$$

$$u_{csm}(m_{vi}, \lambda_{vi}, \lambda_{vi}) = 9.657 \times 10^{-7} \text{ mm} \quad v_{csm}(m_{vi}, \lambda_{vi}, \lambda_{vi}) = 1.244 \times 10^{-6} \text{ mm}$$

$$\theta_{csm}(m_{vi}, \lambda_{vi}, \lambda_{vi}) = -2.291 \times 10^{-5} \text{ deg}$$

$$x_{csm}(m, \lambda_m, \phi) := x_0(\phi) + u_{csm}(m, \lambda_m, \phi) \quad y_{csm}(m, \lambda_m, \phi) := y_0(\phi) + v_{csm}(m, \lambda_m, \phi)$$

$$r_{csm}(m, \lambda_m, \phi) := \sqrt{x_{csm}(m, \lambda_m, \phi)^2 + y_{csm}(m, \lambda_m, \phi)^2} \quad r_{csm}(m_{vi}, \lambda_{vi}, \lambda_{vi}) - R_0 = 1.367 \times 10^{-6} \text{ mm}$$

Déplacement de la serge au-delà d'une vis

$$\mathbf{O}(m, \lambda_m) := \begin{pmatrix} R_0 \cdot \cos(\lambda_m) \\ R_0 \cdot \sin(\lambda_m) \end{pmatrix} \quad \mathbf{R}(\theta) := \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad \mathbf{T}(m, \lambda_m) := \begin{pmatrix} u_{csm}(m, \lambda_m, \lambda_m) \\ v_{csm}(m, \lambda_m, \lambda_m) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}_d(m, \lambda_m, \phi) := \mathbf{R}(\theta_{csm}(m, \lambda_m, \lambda_m)) \cdot \left[ \begin{pmatrix} R_0 \cdot \cos(\phi) \\ R_0 \cdot \sin(\phi) \end{pmatrix} - \mathbf{O}(m, \lambda_m) \right] + \mathbf{O}(m, \lambda_m) + \mathbf{T}(m, \lambda_m)$$

$$\Delta x_{dm}(m, \lambda_m, \phi) := \mathbf{X}_d(m, \lambda_m, \phi)_0 - R_0 \cdot \cos(\phi) \quad \Delta y_{dm}(m, \lambda_m, \phi) := \mathbf{X}_d(m, \lambda_m, \phi)_1 - R_0 \cdot \sin(\phi)$$

Sommation sur toutes les vis d'une demi-serge

$$u1_{csv}(m, \lambda_m, \phi) := [u_{csm}(m, \lambda_m, \phi) \cdot (0 \leq \phi \leq \lambda_m) + \Delta x_{dm}(m, \lambda_m, \phi) \cdot (\phi > \lambda_m)] \cdot (\lambda_m > 0)$$

$$v1_{csv}(m, \lambda_m, \phi) := [v_{csm}(m, \lambda_m, \phi) \cdot (0 \leq \phi \leq \lambda_m) + \Delta y_{dm}(m, \lambda_m, \phi) \cdot (\phi > \lambda_m)] \cdot (\lambda_m > 0)$$

$$u2_{csv}(m, \lambda_m, \phi) := [u_{csm}(m, \lambda_m, \phi) \cdot (0 \geq \phi \geq \lambda_m) + \Delta x_{dm}(m, \lambda_m, \phi) \cdot (\phi < \lambda_m)] \cdot (\lambda_m < 0)$$

$$v2_{csv}(m, \lambda_m, \phi) := [v_{csm}(m, \lambda_m, \phi) \cdot (0 \geq \phi \geq \lambda_m) + \Delta y_{dm}(m, \lambda_m, \phi) \cdot (\phi < \lambda_m)] \cdot (\lambda_m < 0)$$

$$u_{csv}(\phi) := \sum_j (u1_{csv}(m_{v_j}, \lambda_j, \phi) + u2_{csv}(m_{v_j}, \lambda_j, \phi)) \quad v_{csv}(\phi) := \sum_i (v1_{csv}(m_{v_j}, \lambda_j, \phi) + v2_{csv}(m_{v_j}, \lambda_j, \phi))$$

$$x_{csv}(\phi) := x_0(\phi) + u_{csv}(\phi) \quad y_{csv}(\phi) := y_0(\phi) + v_{csv}(\phi) \quad r_{csv}(\phi) := \sqrt{x_{csv}(\phi)^2 + y_{csv}(\phi)^2}$$

Variation relative du moment d'inertie du balancier sous l'effet de la force centrifuge agissant sur les vis

$$\Delta J_{bsv} := \frac{M_{bs}}{\pi} \cdot \left( \int_{\lambda_0 - \pi}^{\lambda_0} r_{csv}(\phi)^2 d\phi \right) - M_{bs} \cdot R_0^2 \quad \Delta J_{bsv} = 5.04709 \times 10^{-5} \text{ mg} \cdot \text{cm}^2$$

Variation de marche correspondante

$$a_{bsv} := \frac{\Delta J_{bsv}}{J_b \cdot \Omega_m^2} \quad \mu_{csv}(\theta_0) := -32400 \cdot a_{bsv} \cdot \omega_0^2 \cdot \theta_0^2 \quad \mu_{csv}(\theta_0) = -0.186$$

### Perturbation due aux vis seules (serge élastique de masse nulle)

Calcul pour deux vis opposées symétriques (exemple numérique des vis compensatrices)

$$j_c := \frac{1}{2} \cdot nb_{vis} - 1 \quad j_c = 7 \quad m_c := m_{v_{j_c}} \quad m_c = 1.125 \text{ mg} \quad \lambda_c := \lambda_{j_c} \quad \lambda_c = 157 \text{ deg}$$

$$u_{cm}(m, \lambda_m) := k_{csm}(m) \cdot [\lambda_m \cdot \cos(\lambda_m) + \sin(\lambda_m) \cdot (1 - 2 \cdot \cos(\lambda_m))] \cdot \text{signe}(\lambda_m)$$

$$v_{cm}(m, \lambda_m) := k_{csm}(m) \cdot [\lambda_m \cdot \sin(\lambda_m) + 2 \cdot \cos(\lambda_m) \cdot (\cos(\lambda_m) - 1)] \cdot \text{signe}(\lambda_m)$$

$$u_{cm}(m_c, \lambda_c) = -1.492 \times 10^{-6} \text{ mm} \quad v_{cm}(m_c, \lambda_c) = 4.868 \times 10^{-6} \text{ mm}$$

$$x_{cm}(m, \lambda_m) := x_0(\lambda_m) + u_{cm}(m, \lambda_m) \quad y_{cm}(m, \lambda_m) := y_0(\lambda_m) + v_{cm}(m, \lambda_m)$$

$$r_{cm}(m, \lambda_m) := \sqrt{x_{cm}(m, \lambda_m)^2 + y_{cm}(m, \lambda_m)^2} \quad r_{cm}(m_c, \lambda_c) - R_0 = 3.276 \times 10^{-6} \text{ mm}$$

$$\Delta J_m(m, \lambda_m) := 2 \cdot m \cdot (r_{cm}(m, \lambda_m)^2) - 2 \cdot m \cdot R_0^2 \quad \Delta J_m(m_c, \lambda_c) = 6.707 \times 10^{-7} \text{ mg} \cdot \text{cm}^2$$

$$\Delta J_m(m, \lambda_m) := \frac{2 \cdot m^2 \cdot R_0^3 \cdot (R_0 + h_{vis})^2}{E_1 \cdot l_{bs}} \cdot (|\lambda_m| - \sin(|\lambda_m|) \cdot \cos(|\lambda_m|)) \cdot \Omega_m^2$$

$$a_m(m, \lambda_m) := \frac{2 \cdot m^2 \cdot R_0^3 \cdot (R_0 + h_{vis})^2}{E_1 \cdot l_{bs} \cdot J_b} \cdot (|\lambda_m| - \sin(|\lambda_m|) \cdot \cos(|\lambda_m|)) \quad a_m(m_c, \lambda_c) \cdot \Omega_m^2 = 3.445 \times 10^{-8}$$

$$\mu_m(m, \lambda_m, \theta_0) := -32400 \cdot a_m(m, \lambda_m) \cdot \omega_0^2 \cdot \theta_0^2 \quad \mu_m(m_c, \lambda_c, \theta_0) = -2.754 \times 10^{-3}$$

Sommation sur toutes les vis

$$\Delta J_{cm} := \sum_j \Delta J_m(m_{v_j}, \lambda_j) \quad \Delta J_{cm} = 3.108 \times 10^{-6} \text{ mg} \cdot \text{cm}^2$$

$$\mu_{cm}(\theta_0) := \sum_j \mu_m(m_{v_j}, \lambda_j, \theta_0) \quad \mu_{cm}(\theta_0) = -0.011$$

Perturbation totale de la serge avec ses vis

$$\mu_c(\theta_0) := \mu_{cs}(\theta_0) + \mu_{csv}(\theta_0) + \mu_{cm}(\theta_0) \quad \mu_c(\theta_0) = -0.763 \quad \frac{\mu_c(\theta_0)}{\mu_{cs}(\theta_0)} = 1.349$$

**Graphes des déformations**

➡ Référence : D:\Résonateur (TE)\Data\Définition Atan.mcd(R)

**Forme initiale de la serge et du bras**

$$n := 200 \quad i := 0..n \quad \Delta\psi := 178 \cdot \text{deg} \quad j := 2..n-2 \quad R_{b_j} := -R_0 + \frac{2 \cdot R_0}{n} \cdot j$$

$$\phi_i := \lambda_0 - \pi + \frac{\Delta\psi}{n} \cdot i \quad x_0(\phi) := R_0 \cdot \cos(\phi) \quad y_0(\phi) := R_0 \cdot \sin(\phi) \quad r_0(\phi) := \sqrt{x_0(\phi)^2 + y_0(\phi)^2} \cdot \text{mm}^{-1}$$

**Déformations thermiques de la serge et du bras**

$$\Theta := 50 \quad \text{Facteur d'agrandissement graphique} \quad Ag := 100 \quad \Theta := Ag \cdot \Theta$$

$$x_{th}(\Theta, \phi) := a(\Theta) + R(\Theta) \cdot \cos(\phi) \quad y_{th}(\Theta, \phi) := R(\Theta) \cdot \sin(\phi) \quad r_{th_i} := \sqrt{x_{th}(\Theta, \phi_i)^2 + y_{th}(\Theta, \phi_i)^2} \cdot \text{mm}^{-1}$$

$$\beta_{th_i} := \text{Atan}(x_{th}(\Theta, \phi_i), y_{th}(\Theta, \phi_i))$$

**Déformation centrifuge de la serge sans vis**

**Facteur d'agrandissement graphique**  $Ag := 10000$

$$x_{cs_i} := x_0(\phi_i) + Ag \cdot u_{cs}(\lambda_0, \phi_i) \quad y_{cs_i} := y_0(\phi_i) + Ag \cdot v_{cs}(\lambda_0, \phi_i) \quad r_{cs_i} := \sqrt{(x_{cs_i})^2 + (y_{cs_i})^2} \cdot \text{mm}^{-1}$$

$$\beta_{cs_i} := \text{Atan}(x_{cs_i}, y_{cs_i}) \quad \beta_{cs_0} = 345 \text{ deg} \quad \beta_{cs_n} = 154.822 \text{ deg}$$

**Déformation centrifuge de la serge due aux vis**

$$x_{csv_i} := x_0(\phi_i) + Ag \cdot u_{csv}(\phi_i) \quad y_{csv_i} := y_0(\phi_i) + Ag \cdot v_{csv}(\phi_i) \quad r_{csv_i} := \sqrt{(x_{csv_i})^2 + (y_{csv_i})^2} \cdot \text{mm}^{-1}$$

$$\beta_{csv_i} := \text{Atan}(x_{csv_i}, y_{csv_i}) \quad \beta_{csv_0} = 345 \text{ deg} \quad \beta_{csv_n} = 160.149 \text{ deg}$$

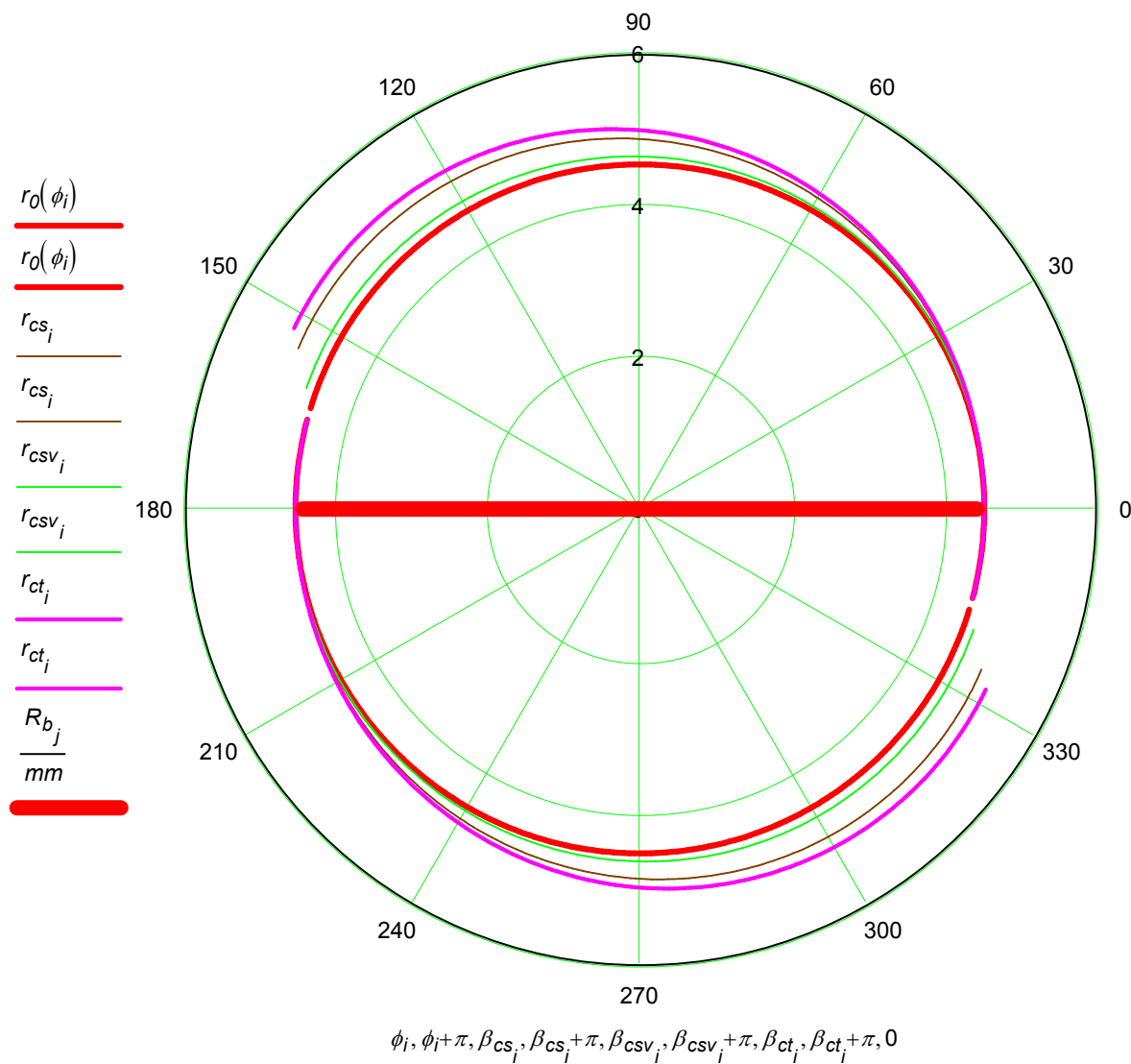
**Déformation centrifuge totale de la serge**

$$x_{ct_i} := x_{cs_i} + x_{csv_i} - x_0(\phi_i)$$

$$y_{ct_i} := y_{cs_i} + y_{csv_i} - y_0(\phi_i) \quad r_{ct_i} := \sqrt{(x_{ct_i})^2 + (y_{ct_i})^2} \cdot \text{mm}^{-1}$$

$$\beta_{ct_i} := \text{Atan}(x_{ct_i}, y_{ct_i}) \quad \beta_{ct_0} = 345 \text{ deg} \quad \beta_{ct_n} = 152.464 \text{ deg}$$

Comparaison des déformations centrifuges



## Comparaison des déformations centrifuge et thermique

Facteur d'agrandissement graphique 100 fois plus grand pour la déformation centrifuge !!

